INSTITUCIÓN EDUCATIVA JAVIERA LONDOÑO – SEVILLA *Resolución departamental 16203 del 27 de noviembre de 2002* Calle 71 No. 51D 26 tel 21182 91 o 233 62 19 Correo electrónico iejaviera londonosevilla@gmail.com	**AREA**	**MATEMATICAS**
PROFESORA: Eblin Martínez M.	**GUÍA Nº 02**	**GRADO: 8°**
ESTUDIANTE:	**PERÍODO:2**	**DURACIÓN: 24 horas**

LOGRO: Identifico y realizo operaciones con expresiones algebraicas.

INDICADORES DE LOGRO:

Reconozco las características de las expresiones algebraicas.

Realizo operaciones con monomios y polinomios.

Aplico las operaciones con monomios y polinomios en la resolución de problemas.

OBJETIVO: Desarrollar el proceso de análisis y comprensión de las expresiones algebraicas y las operaciones con ellas.

COMPETENCIA: Resuelvo situaciones de la vida diaria a través de la resolución de operaciones con expresiones algebraicas.

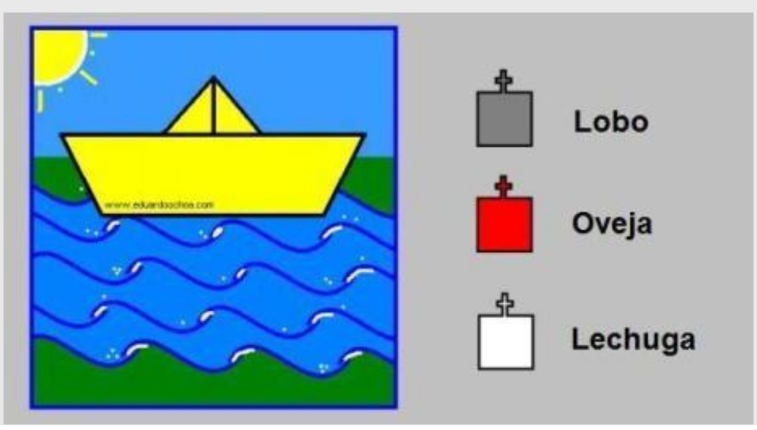
Contenido (II PERIODO):

1) Suma y resta de monomios Semejantes
2) Propiedades de la potenciación
3) Multiplicación de monomios
4) División de monomios
5) Suma y resta de polinomios
6) Multiplicación de polinomios
7) División de polinomios

RETO DE INGENIO:

El pastor, el lobo, la cabra y la lechuga

Un pastor tiene que pasar un lobo, una cabra y una lechuga a la otra orilla de un río.
Dispone de una barca en la que sólo caben él y otra de las cosas.
Si el lobo se queda sólo con la cabra se la come, si la cabra se queda sóla con la lechuga se la come. ¿**Cómo debe hacerlo?**



ACTIVIDAD N°1: Suma y Resta de Monomios Semejantes

Resuelve:

1. $7a-9b+6a-4b=$
2. $a+b-c-b-c+2c-a=$
3. $5x-11y-9+20x-1-y=$
4. $-6m+8n+5-m-n-6m-11=$
5. $-a+b+2b-2c+3a+2c-3b=$
6. $-81x+19y-30z+6y+80x+x-25y=$
7. $15a^2-6ab-8a^2+20-5ab-31+a^2-ab=$
8. $-3a+4b-6a+81b-114b+31a-a-b=$
9. $-71a^3b-84a^4b^2+50a^3b+84a^4b^2-45a^3b+18a^3b=$
10. $-a+b-c+8+2a+2b-19-2c-3a-3-3b+3c=$
11. $m^2+71mn-14m^2-65mn+m^3-m^2-115m^2+6m^3=$
12. $x^4y-x^3y^2+x^2y-8x^4y-x^2y-10+x^3y^2-7x^3y^2-9+21x^4y-y^3+50=$
13. $5a^{x+1}-3b^{x+2}-8c^{x+3}-5a^{x+1}-50+4b^{x+2}-65-b^{x+2}+90+c^{x+3}+7c^{x+3}=$
14. $a^{m+2}-x^{m+3}-5+8-3a^{m+2}+5x^{m+3}-6+a^{m+2}-5x^{m+3}=$
15. $0.3a+0.4b+0.5c-0.6a-0.7b-0.9c+3a-3b-3c=$
16. $\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b+2a-3b-\frac{3}{4}a-\frac{1}{6}b+\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=$
17. $\frac{3}{5}m^2-2mn+\frac{1}{10}m^2-\frac{1}{3}mn+2mn-2m^2=$
18. $-\frac{3}{4}a^2+\frac{1}{2}ab-\frac{5}{6}b^2+2\frac{1}{3}a^2-\frac{3}{4}ab+\frac{1}{6}b^2-\frac{1}{3}b^2-2ab=$
19. $0.4x^2y+31+\frac{3}{8}xy^2-0.6y^3-\frac{2}{5}x^2y-0.2xy^2+\frac{1}{4}y^3-6=$
20. $\frac{3}{25}a^{m-1}-\frac{7}{50}b^{m-2}+\frac{3}{5}a^{m-1}-\frac{1}{25}b^{m-2}-0.2a^{m-1}+\frac{1}{5}b^{m-2}=$

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

La potenciación en el conjunto de los números reales cumple con las siguientes propiedades:

1. **Producto de potencias de igual base.** Para multiplicar dos o más potencias de igual base, se deja la misma base y se suman los exponentes.
   Esto es, $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2. **Cociente de potencias de igual base.** Para dividir potencias de igual base, se deja la misma base y se restan los exponentes. Esto es:
   $$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$
3. **Potencia de una potencia.** Para elevar una potencia a otra potencia, se deja la misma base y se multiplican los exponentes. Esto es,
   $$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$
4. **Potencia de un producto.** La potencia de un producto es el producto de las potencias de cada uno de sus factores. Esto es,
   $$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$
5. **Potencia de un cociente.** La potencia de un cociente es el cociente de las potencias de cada uno de sus factores. Esto es, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$
6. **Exponente negativo.** Todo número elevado a un exponente negativo, es una fracción cuyo numerador es 1 y cuyo denominador es la misma potencia con exponente positivo. Esto es,
   $$a^{-n} = \frac{1}{a^n},\ a \neq 0.$$

RECORDAR QUE

Otras propiedades de la potenciación relacionadas con el 0 y el 1 son las siguientes:

- $a^0 = 1$
- $a^1 = a$
- $1^n = 1$
- $0^n = 0$

Ejercicio resuelto

Simplificar las siguientes expresiones utilizando las propiedades de la potenciación:

a. $(2x)^3 \cdot (2x)^4$ **b.** $\frac{9m^{7a}}{3m^{5a}}$ **c.** $(-5x^2y^4z^5)^2$ **d.** $\left(\frac{3}{5}x^2\right)^3$

SOLUCIÓN

a. $(2x)^3 \cdot (2x)^4 = (2x)^{4+3} = (2x)^7$ *Producto de potencias iguales.*
$= (2)^7(x)^7 = 128x^7$ *Potencia de un producto.*

b. $\frac{9m^{7a}}{3m^{5a}} = 3m^{7a-5a} = 3m^{2a}$ *Cociente de potencias iguales.*

c. $(-5x^2y^4z^5)^2 = (-5)^2(x^2)^2(y^4)^2(z^5)^2$ *Potencia de un producto.*
$= 25x^4y^8z^{10}$ *Potencia de una potencia.*

d. $\left(\frac{3}{5}x^2\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right)^3(x^2)^3$ *Potencia de un producto.*
$= \frac{27}{125}x^6$ *Potencia de un cociente y de una potencia.*

MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS

Para multiplicar dos o más monomios se deben tener en cuenta las siguientes leyes:

- Ley de los signos: - . - = + ; + . - = - , etc.
- Ley de los coeficientes: el coeficiente de un producto de dos o mas factores, es el producto de los coeficientes de cada uno de los factores.
- Ley de exponentes: para multiplicar dos o más potencias de igual base, se deja la misma base y se suman los exponentes.

Ejercicio resuelto

1. Efectuar los siguientes productos:

a. $(-8x^2y^3)(5x^4y^2)$ **b.** $(-11a^5b^2c)(-5a^3b^4c^2)(2a^2b^7c^9)$

c. $\left(-\frac{1}{2}m^2n^2\right)\left(-\frac{3}{4}m^5n\right)\left(-\frac{4}{5}mn^7\right)$ **d.** $(-10x^ay^{a+1})(x^{a+2}b^4)(-8a^3b^4)$

SOLUCIÓN

Aplicando la ley de signos, coeficientes y exponentes para el producto de monomios, se tiene:

a. $(-8x^2y^3)(5x^4y^2) = (-8)(5)(x^{2+4}y^{3+2}) = -40x^6y^5$

b. $(-11a^5b^2c)(-5a^3b^4c^2)(2a^2b^7c^9) = 110a^{10}b^{13}c^{12}$

c. $\left(-\frac{1}{2}m^2n^2\right)\left(-\frac{3}{4}m^5n\right)\left(-\frac{4}{5}mn^7\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{4}{5}\right)(m^8n^{10})$

$= -\frac{3}{10}m^8n^{10}$

d. $(-10x^ay^{a+1})(x^{a+2}b^4)(-8a^3b^4) = (-10)(1)(-8)(x^{a+a+2}y^{a+1}a^3b^{4+4})$

$= 80x^{2a+2}y^{a+1}a^3b^8$

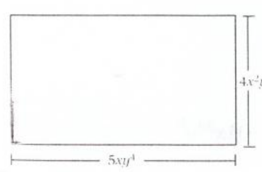


Figura 3

2. Encontrar una expresión algebraica para determinar el área del rectángulo de la figura 3.

SOLUCIÓN

El área de un rectángulo se determina por el producto de su base por su altura. Así, la expresión que determina el área de la figura 3 es:

$$(4x^2y^3)(5xy^4) = 20x^3y^7$$

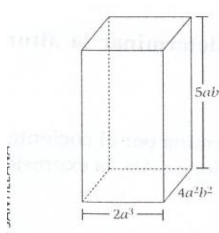


Figura 4

3. Encontrar una expresión algebraica para determinar el volumen del paralelepípedo de la figura 4.

SOLUCIÓN

El volumen de un paralelepípedo se determina por el producto de sus tres dimensiones. Así, la expresión que determina el volumen de la figura 4 es:

$$(2a^3)(4a^2b^2)(5ab^3) = 40a^6b^5$$

DIVISIÓN DE MONOMIOS

Análogamente al producto de monomios en la división se deben tener en cuenta la ley de signos, la ley de la división de coeficientes y la ley de los exponentes que en este caso se restan.

Ejercicio resuelto

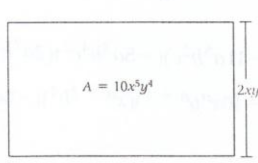


Figura 5

1. Efectuar los siguientes cocientes:

a. $\dfrac{(-8x^5y^8)}{4x^2y^3}$ **b.** $\dfrac{\frac{3}{4}m^3n^7}{\frac{5}{7}m^2n^7}$ **c.** $\dfrac{121x^{3a}y^{2b}}{(-11x^ay^b)}$

SOLUCIÓN

Aplicando la ley de signos, coeficientes y exponentes para la división entre monomios, se tiene:

a. $\dfrac{(-8x^5y^8)}{4x^2y^3} = \left(-\frac{8}{4}\right)(x^{5-2}y^{8-3}) = -2x^3y^5$

b. $\dfrac{\frac{3}{4}m^3n^7}{\frac{5}{7}m^2n^7} = \left(\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}}\right)(m^{3-2}n^{7-7}) = \frac{21}{20}m$

c. $\dfrac{121x^{3a}y^{2b}}{(-11x^ay^b)} = \left(\dfrac{121}{-11}\right)(x^{3a-a}y^{2b-b}) = -11x^{2a}y^b$

2. **Encontrar una expresión algebraica para determinar la base del rectángulo de la figura 5.**

SOLUCIÓN

La base del rectángulo de la figura 5 se determina por el cociente entre su área y su altura. Así, la expresión que determina la base del rectángulo es:

$$\frac{10x^5y^4}{2xy} = 5x^4y^3$$

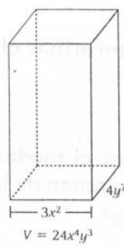


Figura 6

3. **Encontrar una expresión algebraica para determinar la altura del paralelepípedo de la figura 6.**

SOLUCIÓN

La altura del paralelepípedo de la figura 6 se determina por el cociente entre su volumen y el producto de sus otras dos dimensiones. Así, la expresión que determina la altura del paralelepípedo es:

$$\frac{24x^4y^3}{(3x^2)(4y^2)} = \frac{24x^4y^3}{12x^2y^2} = 2x^2y$$

TALLER Nº 1

❶ EJERCITACIÓN. Realizar los siguientes productos.

1. $(x^3)(x^5)$
2. $(-5a^2b)(3a^4b^2)$
3. $(-10w^4y^2z)(-3wy^3z^2)$
4. $(m^2)^3(m^4)^2(-m^5)$
5. $(-2{,}3a^4b)(1{,}4b^2ca^3)$
6. $(0{,}8wz^3y)(2{,}8w^4y^2z^5)$
7. $\left(\frac{3}{4}x^2y^3\right)\left(\frac{2}{3}xy\right)\left(\frac{5}{4}x^2y^3\right)$
8. $\left(\frac{1}{10}t^4v^5w\right)^2\left(-\frac{5}{2}tv^7w^2\right)$
9. $(7a^{m+1}b^n)(3a^{m-1}b^{n+2})$
10. $(x^{n-2}y^{2n-3})(-3x^ny^4)$

❷ RAZONAMIENTO. Unir cada producto con su resultado.

11. $(-8pq^2x)(p^2qr^3)$	• $-\frac{2}{5}x^6r^{11}p^7q$
12. $(-5pxr)(7x^2q)\left(\frac{1}{35}x^2rq^2p^2\right)$	• $\frac{7}{4}x^7r^9p^4q^2$
13. $\left(\frac{3}{7}x^2r^5\right)\left(-\frac{7}{3}x^3p^4q\right)\left(\frac{2}{5}xr^6p^3\right)$	• $-8p^3q^3xr^3$
14. $(2p^5q)(-13px^5)(-pq^4r^3x)$	• $-24x^2q^9r^9p^9$
15. $\left(\frac{3}{4}x^6r^2\right)\left(\frac{7}{2}p^4r^7\right)\left(\frac{2}{3}xq^2\right)$	• $26p^7q^5x^6r^3$
16. $(6xq^3rp^6)(-4p^3q^6xr^8)$	• $-p^3x^5q^3r^2$

❸ EJERCITACIÓN. Encontrar el cociente de los siguientes monomios.

17. $(75a^{11}b^3) \div (-8a^8b^2)$
18. $(-42x^6yz) \div (6x^5y)$
19. $(-27w^{15}v^{13}) \div (-3w^{14}v^7)$
20. $(16h^{21}k^{17}) \div (64h^{18}k^{15})$
21. $(6p^2q^4r) \div (-6p^2q^3r)$
22. $(75a^8b^{12}c^{14}) \div (25a^6b^{12}c)$
23. $(0{,}81w^2y^6) \div (0{,}9wy^5)$
24. $(6{,}5df^7) \div (2{,}5df^3)$
25. $4(y^{a+1}x^b) \div (-2y^9x^{b+1})$
26. $(22m^xn^y) \div (11mn)$
27. $\left(\frac{1}{8}h^5k^3\right) \div \left(\frac{3}{16}hk\right)$
28. $\left(-\frac{5}{4}a^2b^2c\right) \div \left(\frac{20}{8}ab\right)$
29. $\left(\frac{12}{5}m^{11}n^5r^2\right) \div \left(\frac{6}{10}m^3n^2r^2\right)$
30. $\left(-\frac{7}{12}x^4y^3\right) \div \left(-\frac{21}{24}x^3y^3\right)$

✱ PARA PENSAR. Simplificar.

31. $$\frac{\left[\frac{(3w^4y^3z)^3(2w^3y^7)^5(5(z^4)^2w)^3}{(2w^5)^5(y^{11})^4(3z^9)^3(5w^3)^2}\right]^2}{w \cdot y^2 \cdot z}$$

SUMA DE POLINOMIOS

Para sumar dos o más polinomios, primero se agrupan y luego, se reducen en sus términos semejantes.

Ejercicio resuelto

Resolver las siguientes sumas de polinomios:

a. $(7x - 2y + 5) + (2x - 3y + 11)$

b. $(5a^2 - 9a + 7) + (5a - 15a^2 - 11) + (-13 - 17a^2 + 4a)$

c. $\left(\frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{6}y^2 + 1\right) + \left(-\frac{3}{8}y^2 - \frac{2}{5}x^2 - \frac{7}{9}\right)$

SOLUCIÓN

a. $(7x - 2y + 5) + (2x - 3y + 11)$

$= 7x - 2y + 5 + 2x - 3y + 11$

$= (7x + 2x) + (-2y - 3y) + (5 + 11)$ *Se agrupan los términos semejantes.*

$= (7 + 2)x + (-2 - 3)y + (5 + 11)$ *Se reducen.*

$= 9x - 5y + 16$

b. $(5a^2 - 9a + 7) + (5a - 15a^2 - 11) + (-13 - 17a^2 + 4a)$

$= 5a^2 - 9a + 7 + 5a - 15a^2 - 11 - 13 - 17a^2 + 4a$

$= (5a^2 - 15a^2 - 17a^2) + (-9a + 5a + 4a) + (7 - 11 - 13)$

$= (5 - 15 - 17)a^2 + (-9 + 5 + 4)a + (7 - 11 - 13)$

$= -27a^2 - 17$

RESTA DE POLINOMIOS

Para restar dos polinomios se suma el primer polinomio con el opuesto del segundo.

Ejercicio resuelto

ALGO IMPORTANTE

Sumar el primer polinomio con el opuesto del segundo, equivale a plantear la resta y aplicar las leyes de signos con el polinomio sustraendo. Así,

$(9a - 5b + 2)$
$- (11a - 7b + 10)$
$= 9a - 5b + 2 - 11a + 7b - 10$

1. Resolver las siguientes restas de polinomios:

a. $(9a - 5b + 2) - (11a - 7b + 10)$

b. $(-6x^4 + 8x^3 - 17x + 5) - (-15x^4 - 12x^2 + 17x - 24)$

c. $\left(\frac{5}{6}m^2 - \frac{3}{8}m + 3\right) - \left(\frac{7}{9}m^2 - \frac{5}{12}m - \frac{1}{3}\right)$

SOLUCIÓN

a. $(9a - 5b + 2) - (11a - 7b + 10)$

$= (9a - 5b + 2) + (-11a + 7b - 10)$ *Se suma el opuesto de $11a - 7b + 10$*

$= 9a - 5b + 2 - 11a + 7b - 10$ *Se reducen los términos semejantes.*

$= -2a + 2b - 8$

b. $(-6x^4 + 8x^3 - 17x + 5) - (-15x^4 - 12x^2 + 17x - 24)$

$= (-6x^4 + 8x^3 - 17x + 5) + (15x^4 + 12x^2 - 17x + 24)$

$= -6x^4 + 8x^3 - 17x + 5 + 15x^4 + 12x^2 - 17x + 24$

$= 9x^4 + 8x^3 + 12x^2 - 34x + 29$

c. $\left(\frac{5}{6}m^2 - \frac{3}{8}m + 3\right) - \left(\frac{7}{9}m^2 - \frac{5}{12}m - \frac{1}{3}\right)$

$= \left(\frac{5}{6}m^2 - \frac{3}{8}m + 3\right) + \left(-\frac{7}{9}m^2 + \frac{5}{12}m + \frac{1}{3}\right)$

$= \frac{5}{6}m^2 - \frac{3}{8}m + 3 - \frac{7}{9}m^2 + \frac{5}{12}m + \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{18}m^2 + \frac{1}{24}m + \frac{10}{3}$

2. Encontrar una expresión algebraica para determinar el área sombreada de la figura 8.

SOLUCIÓN

El área sombreada de la figura 8 está dada por la diferencia de las áreas de cada rectángulo. Esto es, $A_1 - A_2$

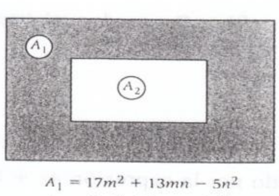
$(17m^2 + 13mn - 5n^2) - (11m^2 + 8mn - 2n^2)$ *Se remplaza.*

$= (17m^2 + 13mn - 5n^2) + (-11m^2 - 8mn + 2n^2)$ *Se suma el opuesto de $11m^2 + 8mn - 2n^2$*

$= 17m^2 + 13mn - 5n^2 - 11m^2 - 8mn + 2n^2$

$= 6m^2 + 5mn - 3n^2$

Luego, la expresión algebraica que determina el área de la figura sombreada es $6m^2 + 5mn - 3n^2$



$A_1 = 17m^2 + 13mn - 5n^2$
$A_2 = 11m^2 + 8mn - 2n^2$

Figura 8

ACTIVIDAD Nº 2

EJERCITACIÓN. Realizar las siguientes sumas.

1. $(3a - 2b + 7c) + (-4a + 3c + 2b)$
2. $(-9w^2y^2 + 5w^2y - 8) + (-15w^2y + 9 - 12w^2y^2)$
3. $(7m^3 + 6m^2n - n^3) + (-4m^2n + n^3 + 5mn^2 + 2m^3)$
4. $(x^5 - 3x^4y^2 - x^3y) + (2x^4y^2 - 2y^5) + (3x^3y + 5x^3y)$
5. $(1{,}2h^4 - 1{,}1k^7 - 2{,}3h^3k^2) + (0{,}9k^7 - 0{,}5h^4 + 6{,}7h^3k^2 - h^2)$
6. $\left(\frac{1}{3}ab + \frac{1}{9}a^2 - \frac{1}{6}b^2\right) + \left(\frac{3}{4}b^2 - \frac{1}{9}ab + a^2 - \frac{3}{2}ab\right)$

SIGNOS DE AGRUPACIÓN

Los signos de agrupación se utilizan para reunir términos o expresiones algebraicas relacionadas por las diferentes operaciones aritméticas. Las operaciones contenidas entre ellos, indican que estas deben considerarse como una sola cantidad.

Los signos de agrupación mas utilizados son los paréntesis ( ), los corchetes [ ] y las llaves { }.

Los signos de agrupación se suprimen de dentro hacia afuera, teniendo en cuenta las siguientes propiedades:

- Si el signo de agrupación esta precedido de un signo (+), las cantidades que están dentro de él permanecen con el mismo signo.
- Si el signo de agrupación esta precedido de un signo (-), las cantidades que están dentro de el cambian de signo.

Ejercicio resuelto

Simplificar las siguientes expresiones. Suprimir los signos de agrupación y reducir los términos semejantes:

a. $7x - \{6x - 11y + [-13x + 21y - (32x - 5y)]\}$

b. $-\{15a^2 + 9b^2 - [3ab - 27a^2 + (-7a^2 + 15ab + 20b^2) - a^2] + 18ab\}$

c. $-m^3 + \left\{\frac{5}{9}n^3 - \left[\frac{4}{5}m^3 - \left(\frac{10}{7}m^3 + n^3\right)\right]\right\}$

SOLUCIÓN

a. $7x - \{6x - 11y + [-13x + 21y - (32x - 5y)]\}$

$= 7x - \{6x - 11y + [-13x + 21y - 32x + 5y]\}$ *Se suprimen los paréntesis.*

$= 7x - \{6x - 11y - 13x + 21y - 32x + 5y\}$ *Se suprimen los corchetes.*

$= 7x - 6x + 11y + 13x - 21y + 32x - 5y$ *Se suprimen las llaves.*

$= 46x - 15y$ *Se reducen los términos semejantes.*

b. $-\{15a^2 + 9b^2 - [3ab - 27a^2 + (-7a^2 + 15ab + 20b^2) - a^2] + 18ab\}$

$= -\{15a^2 + 9b^2 - [3ab - 27a^2 - 7a^2 + 15ab + 20b^2 - a^2] + 18ab\}$

$= -\{15a^2 + 9b^2 - 3ab + 27a^2 + 7a^2 - 15ab - 20b^2 + a^2 + 18ab\}$

$= -15a^2 - 9b^2 + 3ab - 27a^2 - 7a^2 + 15ab + 20b^2 - a^2 - 18ab$

$= -50a^2 + 11b^2$

c. $-m^3 + \left\{\frac{5}{9}n^3 - \left[\frac{4}{5}m^3 - \left(\frac{10}{7}m^3 + n^3\right)\right]\right\}$

$= -m^3 + \left\{\frac{5}{9}n^3 - \left[\frac{4}{5}m^3 - \frac{10}{7}m^3 - n^3\right]\right\}$

$= -m^3 + \left\{\frac{5}{9}n^3 - \frac{4}{5}m^3 + \frac{10}{7}m^3 + n^3\right\}$

$= -m^3 + \frac{5}{9}n^3 - \frac{4}{5}m^3 + \frac{10}{7}m^3 + n^3$

$= -\frac{13}{35}m^3 + \frac{14}{9}n^3$

ACTIVIDAD Nº 3

A EJERCITACIÓN. Encontrar el polinomio que resulta en cada expresión si
$A = 4a^2 + 3ab + 7b^2$, $B = 25a^3 + 2ab + 8a^2 - 3b^2$, $C = 4a^3 + a^2 - 11ab$ y $D = 7a^2 - 9b^2 + 12ab$.

1. $A - B + C$ **2.** $D - C - B + A$ **3.** $D - (B - C)$ **4.** $(B - D) + (A - C)$

R RAZONAMIENTO. Marcar ✔ en los ejercicios que fueron realizados correctamente. Corregir los que no.

5. ☐ $[-(5x + 4) - (8x - 5)] - [-9x + (4x - 5)] = -8x + 6$

6. ☐ $[(7a^4 - 3a^3 - 8a) + 5a^3] - [-(11a^4 + 2a^3)] = 18a^4 + 4a^3$

7. ☐ $[-(-w^2z + 4w - 5z) - (-6w - 7z)] + [-8w^2z - 2w] = -5w^2z + 12z$

8. ☐ $[15bx^2 - b^2x + 2] - [-(13b^2x - 11) - 7bx^2] = 12b^2x + 18bx^2 - 9$

9. ☐ $[(13p^3q^2 - 7p^2q) + pq] - [5p^2q - 6pq] = 13p^3q^2 + 12p^2q + 6pq$

10. ☐ $[(11mn^3 - 6m^2n) - 7mn] - [-2m^2n - 10mn^3] = mn^3 + 4m^2n$

11. ☐ $\left[-\left(-\frac{4}{5}xy - \frac{2}{3}y + \frac{5}{4}x\right)\right] - \left(\frac{1}{2}y - \frac{1}{6}x\right) = \frac{1}{6}y - \frac{13}{12}x + \frac{4}{5}xy$

12. ☐ $\left[\frac{7}{3}a^5 + \left(\frac{2}{3}a^4b^3 - \frac{1}{8}a^3b^2\right)\right] - \left[\frac{3}{4}a^4b^5 - 2a^5\right] = \frac{13}{3}a^5 - \frac{1}{8}a^3b^2$

P PROBLEMAS. Resolver.

13. ¿Qué polinomio se debe sumar a $14x^2y - 5xy + 3x - 12$ para obtener $8x^2y + 17xy - 12x - 26$?

14. Si el minuendo es $5x^3 - x^2 + 7x - 15$ y la diferencia es $4x^2 - 2x^3 - 8x + 6$, ¿cuál es el sustraendo?

15. De la suma de $4m^2 - 8m$ con $5m^2 - 3m + 12n$ restar la suma de $14m^2 + 7m + 4n$ con $-6m^2 - 2m - 9n$.

16. Restar de $25x^2 - 10xy + y^2$ la suma de $11x^2 + xy - 6y^2$; $-5y^2 + 8xy + x^2$; $7y^2 - 19xy$.

MULTIPLICACIÓN DE UN MONOMIO POR UN POLINOMIO

Para multiplicar un monomio por un polinomio se debe aplicar la propiedad distributiva para la suma. Es decir, se debe multiplicar el monomio por cada uno de los términos del polinomio, teniendo en cuenta las leyes de la multiplicación de monomios.

Ejercicio resuelto

RECORDAR QUE
Propiedad distributiva
$a(b + c) = ab + ac$

Efectuar los siguientes productos:

a. $3x^2$ por $8x^3 - 7$ **b.** $(0{,}9m + 3{,}7n - 11{,}2)(3{,}8m^2n^3)$

c. $11a^{2n}$ por $-5a^{3n} + 9a^{2n} - 7a^n + 2$

SOLUCIÓN

a. $(3x^2)(8x^3 - 7) = (3x^2)(8x^3) - (3x^2)(7) = 24x^5 - 21x^2$

b. $(0{,}9m + 3{,}7n - 11{,}2)(3{,}8m^2n^3) = (3{,}8m^2n^3)(0{,}9m) + (3{,}8m^2n^3)(3{,}7n) - (3{,}8m^2n^3)(11{,}2) = 3{,}42m^3n^3 + 14{,}06m^2n^4 - 42{,}56m^2n^3$

c. $(11a^{2n})(-5a^{3n} + 9a^{2n} - 7a^n + 2) = -(11a^{2n})(5a^{3n}) + (11a^{2n})(9a^{2n}) - (11a^{2n})(7a^n) + (2)(11a^{2n}) = -55a^{5n} + 99a^{4n} - 77a^{3n} + 22a^{2n}$

Es posible plantear la multiplicación de un monomio por un polinomio en forma vertical. Para ello, se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio.

TAREA:

Multiplicar:

a. $5ax \cdot (-3x + 6y - 2x^2)$
b. $-9xy^2 \cdot (5xy + 12x^2y^4 - xy^3)$
c. $4b^3z \cdot (-8ab^3 + 7bz^2 - 11z + 4b^5z^3)$

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

Para multiplicar dos polinomios, se multiplican cada uno de los términos del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio, teniendo en cuenta las leyes de la multiplicación de monomios. Luego, se reducen los términos semejantes.

Ejercicio resuelto

Efectuar los siguientes productos.

a. $7x^2 - 5xy + 3y^2$ por $6x - 11y$ **b.** $\left(\frac{2}{3}a - \frac{2}{9}b\right)\left(\frac{3}{4}a - \frac{5}{4}b\right)$

SOLUCIÓN

a. $(7x^2 - 5xy + 3y^2)(6x - 11y)$

Primero se indica la multiplicación, utilizando la propiedad distributiva. Así,

$7x^2(6x - 11y) - 5xy(6x - 11y) + 3y^2(6x - 11y)$

Luego, se resuelven los productos como en el caso 6.1. Así,

$7x^2(6x - 11y) - 5xy(6x - 11y) + 3y^2(6x - 11y)$

$= (7x^2)(6x) - (7x^2)(11y) - (5xy)(6x) + (5xy)(11y) + (3y^2)(6x) - (3y^2)(11y)$

$= 42x^3 - 77x^2y - 30x^2y + 55xy^2 + 18xy^2 - 33y^3$

Por último, se reducen los términos semejantes. Así,

$42x^3 - 77x^2y - 30x^2y + 55xy^2 + 18xy^2 - 33y^3$

$= 42x^3 - 107x^2y + 73xy^2 - 33y^3$

b. $\left(\frac{2}{3}a - \frac{2}{9}b\right)\left(\frac{3}{4}a - \frac{5}{4}b\right)$

$= \left(\frac{2}{3}a\right)\left(\frac{3}{4}a - \frac{5}{4}b\right) - \left(\frac{2}{9}b\right)\left(\frac{3}{4}a - \frac{5}{4}b\right)$

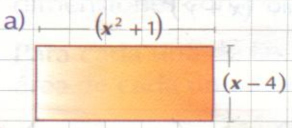
$= \left(\frac{2}{3}a\right)\left(\frac{3}{4}a\right) - \left(\frac{2}{3}a\right)\left(\frac{5}{4}b\right) - \left(\frac{2}{9}b\right)\left(\frac{3}{4}a\right) + \left(\frac{2}{9}b\right)\left(\frac{5}{4}b\right)$

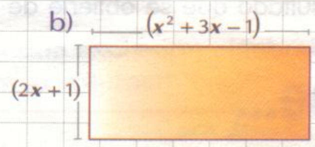
$= \frac{1}{2}a^2 - \frac{5}{6}ab - \frac{1}{6}ab + \frac{5}{18}b^2 = \frac{1}{2}a^2 - ab + \frac{5}{18}b^2$

Otra forma de efectuar productos entre polinomios es colocándolos uno debajo del otro después de ordenarlos. Luego, se multiplican término a término, se escribe cada producto de tal manera que queden columnas de términos semejantes. Por último, se reducen dichos términos.

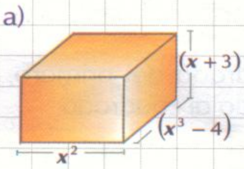
TALLER Nº 2

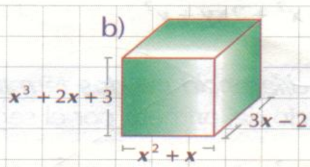
1. Encuentra el área de cada uno de los retablos.

a) 

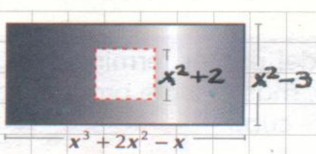
b) 

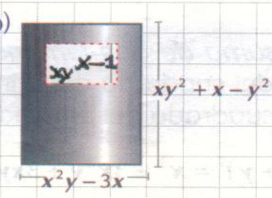
2. Halla el área de cada una de las caras de la caja y encuentra una expresión polinómica que exprese el área total de ésta.

a) 

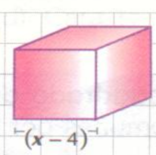
b) 

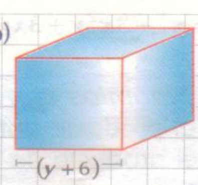
3. Determina el área de la pieza que se va a recortar. Encuentra una expresión para el área de la pieza que queda.

a) 

b) 

4. Encuentra una expresión polinómica para el volumen de cada uno de los cubos.

a) 

b) 

INVESTIGA: (Exposiciones por grupos)

- DIVISION DE UN POLINOMIO ENTRE UN MONOMIO. 3 EJEMPLOS
- DIVISIÓN DE POLINOMIOS. 2 EJEMPLOS

TALLER Nº 3

I. Efectua las divisiones de polinomios entre monomios:

1. $\dfrac{3a^2b^3 - 5x^2a^4}{-3a^2}$

2. $\dfrac{a^3 - 4a^2 + a}{a}$

3. $\dfrac{6x^3 - 8x^2y + 20xy^2}{-2x}$

4. $\dfrac{a^4 - 5a^3 - 10a^2 + 15a}{-5a}$

5. $\dfrac{x^a + x^{b-1}}{x^2}$

6. $\dfrac{x^a y^b + x^{a-1}y^{b+2} - x^{a-2}y^{b+4}}{x^2y^3}$

7. $\dfrac{4m^8 - 10m^6 - 5m^4}{2m^3}$

8. $\dfrac{6m^8n^8 - 3m^6n^6 - m^2n^3}{3m^2n^3}$

9. $\dfrac{8x^9y^2 - 10x^7y^4 - 20x^5y^6 + 12x^3y^8}{2x^2}$

10. $\dfrac{3x^3 - 5xy^2 - 6x^2y^3}{-2x}$

11. $\dfrac{\frac{1}{2}a^2 - \frac{2}{3}a}{\frac{2}{3}a}$

12. $\dfrac{\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3y + \frac{3}{8}x^2y^2}{\frac{1}{4}x^2}$

13. $\dfrac{\frac{2}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3y^3 - xy^5}{5x}$

14. $\dfrac{\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{5}x^2 + \frac{1}{4}x}{-\frac{3}{5}}$

15. $\dfrac{\frac{1}{3}x^a + \frac{1}{4}x^{a-1}}{\frac{1}{2}x}$

II. Realiza las divisiones entre polinomios:

1. $3m^2 + 2m - 8 \div m + 2$
2. $m^2 + 2m - 3 \div m + 3$
3. $a^2 - 20 + a \div a + 5$
4. $m^2 + 15 - 8m \div 3 - m$
5. $6a^2 - ab - 2b^2 \div b + 2a$
6. $5m^2 + 8mn - 21n^2 \div m + 3n$
7. $-8x^2 + 12xy - 4y^2 \div y - x$
8. $32b^2 - 54a^2 + 12ab \div 8b - 9a$
9. $-14a^2 + 33 + 71a \div -3 - 7a$
10. $x^3 + 3xy^2 - 3x^2y - y^3 \div x - y$
11. $m^4 - 9m^2 + 3 + m \div m + 3$
12. $2m^4 - m^3 - 3 + 7m \div 2m + 3$
13. $xy^4 - xy - 2x \div xy + x$
14. $12x^3 + 33xy^2 - 35x^2y - 10y^3 \div 4x - 5y$
15. $x^5 - 5x^4y + 20x^2y^3 - 16xy^4 \div x^2 - 2xy - 8y^2$

NOTAS/OBSERVACIONES:

Recopilado y adaptado por: Lic. Eblin Martinez M.

PAGINA WEB: www.divertimatematicas.webnode.es

BIBLIOGRAFIA:

MATEMATICAS 8°. Ed. Santillana

Webgrafia:

http://www.tareasplus.com/division-entre-polinomios-algebraicos-parte-1/

http://www.vitutor.com/ab/p/a_3.html